ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Köklü Sayılar

Kareköklü Sayılar: $\sqrt[2]{x} \Rightarrow \sqrt{x}$

- $0^2=0$ • $3^2=9$ • $6^2=36$ • $9^2=81$
- $1^2=1$ • $4^2=16$ • $7^2=49$ • $10^2=100$
- $2^2=4$ • $5^2=25$ • $8^2=64$

Karekök içindeki Sayının Kök Dışına Çıkarılması:

1. Durum: Karekökün içi tam kare $(0,1,4,9,16,25,36,\ldots)$ ise sayı kökten kurtularak dışarı çıkar. Sayı hangi sayının karesi ise sonuç bu sayı olur.

- $\sqrt{0}=0$ • $\sqrt{9}=3$ • $\sqrt{36}=6$
- $\sqrt{1}=1$ • $\sqrt{16}=4$ • $\sqrt{49}=7$
- $\sqrt{4}=2$ • $\sqrt{25}=5$ • $\sqrt{64}=8$

2. Durum: Karekökün içi tam kare değilse $(2,3,5,6,7,8,\ldots)$ iki durum söz konusu olur.

a) Sayı, biri tam kare olacak şekilde iki çarpana ayrılamıyorsa sayı kökten çıkarılamaz, aynen kalır.

- $\sqrt{2}$
- $\sqrt{3}$
- $\sqrt{5}$
- $\sqrt{6}$

} Aynen kalır.

b) Karekökün içindeki sayı, biri tam kare olacak şekilde iki çarpana ayrılıyorsa,

I. Yol: Tam kare olan sayı dışarı çıkar diğer sayı karekökün içinde kalır.

$\sqrt{8} = \sqrt{4.2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{12} = \sqrt{4.3} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt{18} = \sqrt{9.2} = 3\sqrt{2}$

$\sqrt{20} = \sqrt{4.5} = 2\sqrt{5}$

$\sqrt{48} = \sqrt{16.3} = 4\sqrt{3}$

$\sqrt{50} = \sqrt{25.2} = 5\sqrt{2}$

$\sqrt{72} = \sqrt{36.2} = 6\sqrt{2}$

II. Yol: Karekökün içindeki sayı asal çarpanlara ayrılır. Aynı sayıdan iki tane olanlar gruplandırılıp bir tane olarak kök dışına çıkarılırlar. Grupların dışında tek kalanlar ise kendi aralarında çarpılıp kök içine yazılırlar.

$\sqrt{8} = ?$

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ → 2 kök dışına çıkar
2 → karekökün içinde kalır.

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

- $\sqrt{12} = ?$

$12 = 2^2 \cdot 3$ → kök dışına çıkar: 2 — kök içinde kalır: 3

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

- $\sqrt{18} = ?$

$18 = 2 \cdot 3^2$ → kök içinde kalır: 2 — kök dışına çıkar: 3

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

- $\sqrt{72} = ?$

$72 = 2^3 \cdot 3^2$ → kök dışına çıkar: 2 — kök içinde kalır: 2 — kök dışına çıkar: 3

$$\sqrt{72} = 2.3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

- $\sqrt{96} = ?$

$96 = 2^5 \cdot 3$ → kök dışına çıkar: 2 — kök dışına çıkar: 2 — kök içinde kalır: 2 — kök içinde kalır: 3

$$\sqrt{96} = 2.2\sqrt{2.3} = 4\sqrt{6}$$

- $\sqrt{120} = ?$

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ → kök dışına çıkar: 2 — kök içinde kalır: 3 — kök içinde kalır: 5

$$\sqrt{120} = 2\sqrt{2.3.5} = 2\sqrt{30}$$

- $\sqrt{288} = ?$

$288 = 2^5 \cdot 3^2$ → kök dışına çıkar: 2 — kök dışına çıkar: 2 — kök içinde kalır: 2 — kök dışına çıkar: 3

$$\sqrt{288} = 2.2.3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

- $\sqrt{6300} = ?$

Pratik olarak sayı tam kare olan çarpanlarına ayrılır.

$$\sqrt{6300} = \sqrt{63.100} = \sqrt{9.7.100}$$
$$= 3.10\sqrt{7} = 30\sqrt{7}$$

$$\sqrt{6300} = 30\sqrt{7}$$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Not: Reel sayılarda karekökün içi negatif olamaz. Aynı zamanda tüm çift dereceli köklerde de aynı durum geçerlidir.

$\sqrt{-2} \notin R \quad \sqrt[4]{-1} \notin R \quad \sqrt[6]{-7} \notin R \quad \sqrt[8]{-16} \notin R$

Not: Tek dereceli tüm köklü sayılar reel sayıdır. Tek dereceli kökün içinde − varsa dışarı çıkarılır.

$$\sqrt[3]{-3} = -\sqrt[3]{3} \in R$$
$$\sqrt[5]{-7} = -\sqrt[5]{7} \in R$$

Not: $\sqrt[n]{a^n}$ ifadesinde,

n çift ise sonuç |a|
n tek ise sonuç a

olur.

***

$\sqrt[3]{+8} = \sqrt[3]{2^3} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

$\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2$

$\sqrt[3]{-27} = -\sqrt[3]{27} = -\sqrt[3]{3^3} = -\sqrt[3]{3^3} = -3$

$\sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{32} = -\sqrt[5]{2^5} = -2$

***

$\sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2$

$\sqrt[4]{-2^4} \notin R$

Hatırlatma:

$(-2)^4 \neq -2^4$

$\underbrace{(-2).(-2).(-2).(-2)}_{+16} \neq \underbrace{-2.2.2.2}_{-16}$

Köklü Sayılarda Toplama ve Çıkarma

İçi ve derecesi aynı olan köklü sayıların katsayıları arasında işlem yapılır.

$$a\sqrt{x} + b\sqrt{x} + c\sqrt{y} - d\sqrt{y} = (a+b)\sqrt{x} + (c-d)\sqrt{y}$$

Örnek: $\sqrt{2}+\sqrt{2}$ kaçtır?

Çözüm: $(1+1)\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

Örnek: $\sqrt{2}+2+\sqrt{3}$ kaçtır?

Çözüm: İçi ve derecesi aynı olan köklü sayı olmadığından işlem yapılamaz. Sonuç yine

$\sqrt{2}+2+\sqrt{3}$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Alıştırma:

1) $2\sqrt{2}+\sqrt{2}$ kaçtır?

2) $3\sqrt{2}-2\sqrt{2}$ kaçtır?

3) $5\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ kaçtır?

4) $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}+5\sqrt{3}$ kaçtır?

5) $5\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4\sqrt{2}$ kaçtır?

6) $5\sqrt{5}+\sqrt{5}-6\sqrt{5}$ kaçtır?

7) $\sqrt{6}-2\sqrt{6}$ kaçtır?

8) $2\sqrt{7}-10\sqrt{7}+5\sqrt{7}$ kaçtır?

9) $10\sqrt{10}+3\sqrt{10}+2\sqrt{10}-\sqrt{10}$ kaçtır?

10) $5\sqrt{13}+\sqrt{13}-2\sqrt{13}-3\sqrt{13}-6\sqrt{13}$ kaçtır?

11) $2\sqrt{3}+\sqrt{2}$ kaçtır?

12) $2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$ kaçtır?

13) $3\sqrt{2}-\sqrt{2}+5\sqrt{3}$ kaçtır?

14) $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}+7$ kaçtır?

15) $2+3-\sqrt{7}$ kaçtır?

16) $2\sqrt{5}-\sqrt{6}+3\sqrt{5}$ kaçtır?

17) $\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$ kaçtır?

18) $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{5}-2\sqrt{5}$ kaçtır?

19) $\sqrt{2}-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-4$ kaçtır?

20) $2+\sqrt{10}-3\sqrt{10}+1-2\sqrt{10}$ kaçtır?

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

21) $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ kaçtır?

22) $2\sqrt{2}-\sqrt{8}$ kaçtır?

23) $\sqrt{3}+\sqrt{12}$ kaçtır?

24) $2\sqrt{3}+\sqrt{12}$ kaçtır?

25) $2\sqrt{5}+\sqrt{45}$ kaçtır?

26) $6\sqrt{6}+\sqrt{24}$ kaçtır?

27) $\sqrt{7}+\sqrt{28}$ kaçtır?

28) $\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{16}$ kaçtır?

29) $\sqrt{12}+\sqrt{27}+\sqrt{48}$ kaçtır?

30) $\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{75}$ kaçtır?

Not: $a\sqrt{b}.c = a.c\sqrt{b}$

* $2.3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$
* $2\sqrt{24} = 2.2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$

31) $2\sqrt{12}+3\sqrt{75}$ kaçtır?

32) $3\sqrt{48}-\sqrt{75}+\sqrt{243}$ kaçtır?

33) $4\sqrt{8}-2\sqrt{2}-(2\sqrt{8}-\sqrt{2})$ kaçtır?

34) $\sqrt{(-4)^2}+\sqrt{(-9)^2}$ kaçtır?

35) $\sqrt[3]{-27}+\sqrt[3]{(-2)^3}$ kaçtır?

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Köklü Sayılarda Çarpma ve Bölme:

* $\sqrt[n]{x}.\sqrt[n]{y}=\sqrt[n]{x.y}$

* $\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}=\sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}$

Aynı dereceden iki kökün içi aynı derece içerisinde çarpılabilir veya bölünebilir.

$\sqrt{2}.\sqrt{3}=\sqrt{2.3}=\sqrt{6}$

$\sqrt[3]{4}.\sqrt[3]{6}=\sqrt[3]{4.6}=\sqrt[3]{24}$

$\sqrt[5]{-3}.\sqrt[5]{2}=\sqrt[5]{-3.2}=\sqrt[5]{-6}$

$\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{9}{3}}=\sqrt{3}$

$\dfrac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{4}}=\sqrt[3]{\dfrac{32}{4}}=\sqrt[3]{8}=2$

$\sqrt{\dfrac{16}{9}}=\dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}=\dfrac{4}{3}$

Sonuç:

$\sqrt{a}.\sqrt{b}=\sqrt{a.b}$

$\sqrt{a}.\sqrt{a}=\sqrt{a^2}=a$

$x\sqrt{a}.y\sqrt{b}=x.y\sqrt{a.b}$

- $\sqrt{3}.\sqrt{6}=\sqrt{18}=\sqrt{9.2}=3\sqrt{2}$
- $\sqrt{7}.\sqrt{7}=7$
- $2\sqrt{2}.3\sqrt{6}=2.3\sqrt{2.6}=6\sqrt{12}=6.2\sqrt{3}=12\sqrt{3}$

$(a\sqrt{b})^2=(a\sqrt{b}).(a\sqrt{b})=a.a\sqrt{b}.\sqrt{b}=a^2.b$

$(2\sqrt{5})^2=(2\sqrt{5}).(2\sqrt{5})=4.5=20$

$(3\sqrt{2})^2=9.2=18$

$(5\sqrt{3})^2=25.3=75$

* Hatırlatma:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Alıştırmalar :

1) $\sqrt{0,01}$ kaçtır?

2) $\sqrt{0,04}+\sqrt{0,09}$ kaçtır?

3) $\dfrac{\sqrt{0,16}+\sqrt{0,25}}{\sqrt{0,01}}$ kaçtır?

4) $\sqrt{0,4}+\sqrt{0,9}$ kaçtır?

5) $\sqrt{10}.(\sqrt{3,6}+\sqrt{6,4})$ kaçtır?

6) $(\sqrt{2}+1)^2$ kaçtır?

7) $(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2-2\sqrt{10}+5$ kaçtır?

8) $\dfrac{\sqrt{160}.\sqrt{18}}{\sqrt{80}}$ kaçtır?

9) $\dfrac{\sqrt{2}.\sqrt{8}}{\sqrt{0,09}+\sqrt{0,36}}$ kaçtır?

10) $\dfrac{\sqrt{1,6}+\sqrt{3,6}}{\sqrt{0,9}}$ kaçtır?

www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com
www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Eşlenik (Paydanın Rasyonel Yapılması)

Payda Tek Terimli ise,

İfade paydadaki köklü sayı ile genişletilir.

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{2\cancel{4}\sqrt{2}}{\cancel{2}} = 2\sqrt{2}$$
$$(\sqrt{2})$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2.3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$
$$(\sqrt{3}) \qquad 3$$

Payda $x \mp \sqrt{y}$ biçiminde ise,

İki kare farkı olacak şekilde aradaki işaretin zıtı ile çarpılır.

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$
$$(\sqrt{2}+1)$$

Not: $(a-b).(a+b) = a^2-b^2$

$(\sqrt{a}-b).(\sqrt{a}+b) = a-b^2$

$(\sqrt{a}-\sqrt{b}).(\sqrt{a}+\sqrt{b}) = a-b$

$$\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2}$$
$$(\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$= \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{1} = 2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$$

Örnek: $\frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}+1}$ kaçtır?

Çözüm: $\frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}+1} = \frac{2\cancel{4}\sqrt{2}}{\cancel{2}} + \frac{2(\sqrt{2}-1)}{2-1}$
$(\sqrt{2}) \quad (\sqrt{2}-1) \qquad\qquad 1$

$$= 2\sqrt{2}+2(\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2$$
$$= 4\sqrt{2}-2$$

Örnek: $\dfrac{\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}}$ kaçtır?

Çözüm: $\dfrac{\frac{\sqrt{3}.\sqrt{3}-1}{\cancel{\sqrt{3}}}}{\frac{\sqrt{3}.\sqrt{3}+1}{\cancel{\sqrt{3}}}} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4}$

$$= \frac{1}{2}$$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Köklerin Derecelerini Eşitlemek:

$$\sqrt[n]{x} \Rightarrow \sqrt[n.m]{x^m}$$

Kökün derecesi ve kökün içi aynı kuvvetle çarpılabilir.

$$\sqrt[m.p]{x^{m.n}} \Rightarrow \sqrt[m.p]{x^{m.n}} \Rightarrow \sqrt[p]{x^n}$$

Kökün derecesi ve içinin kuvveti aynı sayıya bölünebilir.

$$\sqrt{2}.\sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt[3]{2}.\sqrt{2} = \sqrt[2.3]{2^2}.\sqrt[3.2]{2^3} = \sqrt[6]{2^2}.\sqrt[6]{2^3}$$

$$= \sqrt[6]{2^2.2^3} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32}$$

$$\sqrt[3]{3}.\sqrt[4]{2} = \sqrt[4.3]{3^4}.\sqrt[3.4]{2^3} = \sqrt[12]{3^4}.\sqrt[12]{2^3}$$

$$= \sqrt[12]{3^4.2^3} = \sqrt[12]{81.8} = \sqrt[12]{648}$$

Köklü Sayılarda Sıralama:

Köklerin dereceleri eşitlenir.

* $\sqrt{2}$ ile $\sqrt[3]{3}$ hangisi daha büyüktür?

Çözüm:

Önce köklerin dereceleri eşitlenir.

$\sqrt{2} = \sqrt[2]{2}$, $\sqrt[3]{3}$

2 ve 3 sayıları 6 da birleşir.

$\sqrt[3.2]{2^3} = \sqrt[6]{8}$

$\sqrt[2.3]{3^2} = \sqrt[6]{9}$ → daha büyük

Örnek:1 $a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt[3]{4}$, $c=\sqrt[4]{8}$ ise a,b,c yi sıralayın?

Çözüm: $a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt[3]{4}$, $c=\sqrt[4]{8}$

Köklerin dereceleri 2,3,4 12 de birleşir.

$$a = \sqrt{2} = \sqrt[6.2]{2^6} = \sqrt[12]{64}$$
$$b = \sqrt[3]{4} = \sqrt[4.3]{4^4} = \sqrt[12]{256}$$
$$c = \sqrt[4]{8} = \sqrt[3.4]{8^3} = \sqrt[12]{512}$$

$c > b > a$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Köklü Sayıların Üslü Olarak Yazılması:

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \quad \begin{matrix} m \rightarrow x\text{'in üssü} \\ n \rightarrow \text{kökün derecesi} \end{matrix}$$

* $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ * $\sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$
* $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ * $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$

* $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$
* $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = x^{-\frac{2}{3}}$

* $x^{\frac{1}{2}} \rightarrow$ kökün derecesi $= \sqrt[2]{x^1} = \sqrt{x}$
* $x^{\frac{3}{4}} \rightarrow$ kökün derecesi $= \sqrt[4]{x^3}$
* $x^{\frac{2}{5}} \rightarrow$ kökün derecesi $= \sqrt[5]{x^2}$

* $x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt[2]{x^1}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$
* $x^{-\frac{2}{5}} = \frac{1}{x^{\frac{2}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{x^1}}$
* $x^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x^1}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x}}$

$\sqrt{2^4} = 2^{\frac{4}{2}} = 2^{\frac{4}{2}^2} = 2^2 = 4$

$\sqrt{2^{10}} = 2^{\frac{10}{2}} = 2^{\frac{10}{2}^5} = 2^5 = 32$

$\sqrt[3]{3^6} = 3^{\frac{6}{3}} = 3^{\frac{6}{3}^2} = 3^2 = 9$

Alıştırmalar:

1) $2^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2}$ kaçtır?

2) $\sqrt{\left(\frac{1}{16}\right)^{-1}}$ kaçtır?

3) $\sqrt[3]{64^{-1}}$ kaçtır?

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Çözümler

1) $2^{-\frac{1}{2}}.\sqrt{2} = 2^{-\frac{1}{2}}.2^{\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 2^0 = 1$

4) $\sqrt[4]{0,0256}$ kaçtır?

2) $\sqrt{\left(\frac{1}{16}\right)^{-1}} = \sqrt{16} = 4$

3) $\sqrt[3]{64^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{4}$

4) $\sqrt[4]{0,0256} = \sqrt[4]{\frac{256}{10000}} = \sqrt[4]{\frac{4^4}{10^4}} = \frac{4}{10} = 0,4$

5) $\sqrt[3]{(0,008)^{-1}}$ kaçtır?

5) $\sqrt[3]{(0,008)^{-1}} = \sqrt[3]{\left(\frac{8}{1000}\right)^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{1000}{8}}$

$= \sqrt[3]{125} = 5$

6) $\frac{\sqrt{4^{x-1}}}{\sqrt[3]{8^{x+1}}} = 2^x$ ise x kaçtır?

6) $\frac{\sqrt{4^{x-1}}}{\sqrt[3]{8^{x+1}}} = 2^x \Rightarrow \frac{4^{\frac{x-1}{2}}}{8^{\frac{x+1}{3}}} = 2^x$ (kökün derecesi)

$\frac{(2^2)^{\frac{x-1}{2}}}{(2^3)^{\frac{x+1}{3}}} = 2^x \Rightarrow \frac{2^{x-1}}{2^{x+1}} = 2^x$

$2^{x-1} = 2^{x+1}.2^x \Rightarrow 2^{x-1} = 2^{2x+1}$

Tabanlar aynı ise üsler eşittir.

$x-1 = 2x+1 \Rightarrow -2 = x$

7) $\frac{\sqrt[5]{3^{10x+5}}}{\sqrt{9^{x+2}}} = 27$ ise x kaçtır?

7) $\frac{\sqrt[5]{3^{10x+5}}}{\sqrt{9^{x+2}}} = 27 \Rightarrow \frac{3^{\frac{5(2x+1)}{5}}}{(3^2)^{\frac{x+2}{2}}} = 27$ (kökün derecesi)

$\frac{3^{2x+1}}{3^{x+1}} = 27 \Rightarrow 3^{2x+1} = 3^3.3^{x+1}$

$3^{2x+1} = 3^{x+4} \Rightarrow 2x+1 = x+4, \; x = 3$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Katsayının Kök İçine Alınması:

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

$1 = \sqrt{1^2} = \sqrt{1}$

$2 = \sqrt{2^2} = \sqrt{4}$

$3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$

$2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{8}$

$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$

$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$

$2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = \sqrt[3]{24}$

$2\sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 2} = \sqrt[5]{32 \cdot 2} = \sqrt[5]{64}$

Örnek: $2\sqrt{2a} = \sqrt{12}$ ise a kaçtır?

Çözüm: $\sqrt{2^2 \cdot 2a} = \sqrt{12}$

$\Rightarrow \sqrt{4 \cdot 2a} = \sqrt{12} \Rightarrow \sqrt{8a} = \sqrt{12}$ (içleri aynı olmalı)

$8a = 12 \Rightarrow \frac{8a}{8} = \frac{12}{8}$ (3, 2)

$\boxed{a = \frac{3}{2}}$

İç içe Kökler:

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n.m]{x}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{\sqrt[k]{x}}} = \sqrt[n.m.k]{x}$$

$$\sqrt[n]{x\sqrt[m]{y}} = \sqrt[n.m]{x^m \cdot y}$$

$$\sqrt[m]{x\sqrt[n]{y\sqrt[k]{z}}} = \sqrt[m.n.k]{x^{nk} \cdot y^k \cdot z}$$

$\sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[2.2]{2} = \sqrt[4]{2}$

$\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[3.2]{2} = \sqrt{6}$

$\sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{2^2 \cdot 2}} = \sqrt[2.2]{4 \cdot 2} = \sqrt[4]{8}$

$\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} = \sqrt[3.3.2]{2^{3.2.2} \cdot 2^{2.2} \cdot 2^1} = \sqrt[18]{2^9} = \sqrt{2}$

Örnek: $\sqrt[3]{2\sqrt{x}} = \sqrt[3]{4\sqrt{2}}$ ise x kaçtır?

Çözüm: $\sqrt[3.2]{2^2 \cdot x} = \sqrt[3.2]{4^2 \cdot 2}$ (içleri aynı olmalı)

$2^2 \cdot x = 4^2 \cdot 2$

$4x = 32$

$\boxed{x = 8}$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

$\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ kök dışına çıkarılması:

$x > y$, $a = x+y$ ve $b = x.y$ olsun.

$$\sqrt{a+2\sqrt{b}} = \sqrt{x}+\sqrt{y}$$
($x+y$, $x.y$)

$$\sqrt{a-2\sqrt{b}} = \sqrt{x}-\sqrt{y}$$
($x+y$, $x.y$)

$$\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2}+\sqrt{1} = \sqrt{2}+1$$
($2+1$, 2.1)

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-\sqrt{1} = \sqrt{2}-1$$
($2+1$, 2.1)

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{3}+\sqrt{1} = \sqrt{3}+1$$
($3+1$, 3.1)

$$\sqrt{7-2\sqrt{12}} = \sqrt{4}-\sqrt{3} = 2-\sqrt{3}$$
($4+3$, 4.3)

$$\sqrt{9+2\sqrt{14}} = \sqrt{7}+\sqrt{2}$$
($7+2$, 7.2)

Not: içerdeki kökün önünde 2 yoksa, içerdeki kökün önüne 2 yazıp içerdeki kökü 4 e böleriz.

$$\sqrt{5+\sqrt{24}} = \sqrt{5+2\sqrt{\frac{24}{4}}} = \sqrt{5+2\sqrt{6}}$$
($3+2$, 3.2)

$$= \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{2+2\sqrt{\frac{3}{4}}} = \sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$$
($\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}$)

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{4-\sqrt{15}} = \sqrt{4-2\sqrt{\frac{15}{4}}} = \sqrt{\frac{5}{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}}$$
($\frac{5}{2}+\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{2}$)

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

Not: $\sqrt[n]{f(x)}$ ifadesinde,

n tek ise ifade daima reel sayıdır.

n çift ise $f(x) \geq 0$ için reel sayıdır.

* $\sqrt{x-2}$ ifadesi reel sayı ise x in hangi aralıkta olduğunu bulunuz.

Çözüm: Kökün derecesi 2 çift olduğundan $x-2 \geq 0$ olmalıdır.
Buradan $x \geq 2$

* $\sqrt{2x-4} + \sqrt[4]{6-x}$ ifadesi reel sayı ise x hangi aralıktadır?

Çözüm: Köklerin dereceleri 2 ve 4 çift olduğundan

$2x-4 \geq 0$ ve $6-x \geq 0$ dır.

$2x \geq 4$ $\quad$ $6 \geq x$

$x \geq 2$

$6 \geq x \geq 2$

Ç.K : $[2,6]$

İç içe sonsuz kökler:

Tekrar edilen kısma x denilip sonuç x'e eşitlenerek bulunur.

Pratik Yol:

$a \in \mathbb{Z}^+$ $\quad x = a.(a+1)$ olsun.

$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\ldots}}} = a+1$

$a+1$ $\quad$ a

(Aradaki işaret + ise sonuç, büyük olanı)

$\sqrt{x-\sqrt{x-\sqrt{x-\ldots}}} = a$

$a+1$ $\quad$ a

(Aradaki işaret − ise sonuç, küçük olanı)

Örnek: $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots}}} = 3$ (büyük çarpan)

3 $\quad$ 2

Örnek: $\sqrt{30-\sqrt{30-\sqrt{30-\ldots}}} = 5$ (küçük çarpan)

6 $\quad$ 5

$\sqrt[n]{x.\sqrt[n]{x.\sqrt[n]{x\ldots}}} = \sqrt[n-1]{x}$

$\sqrt[n]{x:\sqrt[n]{x:\sqrt[n]{x:\ldots}}} \quad \sqrt[n+1]{x}$

Örnek: $\sqrt[3]{4.\sqrt[3]{4.\sqrt[3]{4\ldots}}} = \sqrt[3-1]{4} = \sqrt[2]{4} = 2$

Örnek: $\sqrt{27:\sqrt{27:\sqrt{27:\ldots}}} = \sqrt[2+1]{27}$

$= \sqrt[3]{27} = 3$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...