ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

BÖLME

A, B, C ve K doğal sayılar

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline - & C \\ \hline K & \end{array}$$

A: bölünen
B: bölen
C: bölüm
K: kalan

- $K < B$
- $A = B.C + K$
- $K < C$ ise B ile C yer değiştirebilir.

1) xyxy03 altı basamaklı ve xy iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} xyxy03 & xy \\ \hline - & D \\ \hline K & \end{array}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre K+D nedir?

$$\begin{array}{r|l} xyxy03 & xy \\ \hline - xy & 10100 \\ \hline 00xy & \\ - xy & \\ \hline 0003 & \end{array}$$

$K+D = 10103$

2) A, B, C doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} A & 12 \\ \hline - & B \\ \hline C & \end{array}$$

Verilen bölme işlemine göre C nin alabileceği değerler toplamı nedir?

Kalan < bölen

$C < 12$

$\downarrow$

$\{0, 1, 2, 3, \ldots, 11\}$

$1+2+3+\ldots+n = \frac{n.(n+1)}{2}$

$= \frac{11.12}{2} = 66$

3) ABCD7 beş basamaklı, KL iki basamaklı sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} ABCD7 & 14 \\ \hline - & \\ \hline KL & \end{array}$$

ise KL nin alabileceği değerler kaç tanedir?

$$\begin{array}{r|l} \overbrace{ABCD7}^{\text{Tek sayı}} & 14 \\ \hline - & \\ \hline KL & \end{array}$$

$\Rightarrow$ Tek olmalıdır. $\{11, 13\}$
2 tanedir.

4) ABCD9 beş basamaklı, KL iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} ABCD9 & 22 \\ \hline - & \\ \hline KL & \end{array}$$

ise KL nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

$KL < 22$ ve tek sayı olduğundan

$\{11, 13, 15, 17, 19, 21\}$

6 tanedir.

5) ABC48 beş basamaklı, DE iki basamaklı sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} ABC48 & 56 \\ \hline - & \\ \hline DE & \end{array}$$

ise DE kaç farklı değer alır?

$$\begin{array}{r|l} \overbrace{ABC48}^{\text{4ün katı}} & \overbrace{56}^{\text{4ün katı}} \\ \hline - & \\ \hline DE & \end{array}$$

$\Rightarrow$ DE < 56 ve 4 ün katıdır.

$\{12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52\}$

11 tanedir.

www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com
ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...
0544 256 33 77 Alo Ders

6) $a-13 \mid 3b-2$; $b+1$; kalan $2b+1$

a ve b pozitif tam sayılar ise a nın en küçük doğal sayı değeri nedir?

$2b+1 < 3b-2$

$3 < b$

$\Downarrow$

4

$a-13 \mid 10$; 5 ; kalan 9 $\Rightarrow a-13 = 59$

$a = 72.$

7) A ve X birer doğal sayıdır.

$A \mid 41$; X ; kalan x^3

Yukarıda verilen bölme işleminde A doğal sayısı en fazla kaçtır?

$x^3 < 41 \Rightarrow x = 3$

$A \mid 41$; 3 ; kalan 27

$A = 41.3+27 = 123+27 = 150$

8) a ve b doğal sayılardır.

$a \mid 92$; b ; kalan b^2

Yukarıda verilen bölme işlemine göre a en fazla kaçtır?

$b^2 < 92 \Rightarrow b = 9$

$a \mid 92$; 9 ; kalan 81

$\Rightarrow a = 92.9+81 = 828+81 = 909$

9) $a, b, c \in Z^+$ iken

$a \mid b$; c ; kalan 40 $\quad$ $b \mid c$; 6 ; kalan 4

ise a en az kaç olmalıdır?

$a \mid b$; c ; kalan 40 $\quad$ $b \mid c$; 6 ; kalan 4

$a = 46.7+40$

$= 322+40$

$= 362$

10) A, B, C doğal sayılardır.

$A \mid B$; 2 ; kalan 15 $\quad$ $B \mid C$; 3 ; kalan 1

ise A en az kaçtır?

$C = 2$ için $B \neq 7$

$C = 3$ için $B \neq 10$

$C = 4$ için $B \neq 13$

$C = 5$ için $B = 16$

$A = 16.2+15 = 32+15 = 47$

11) x, y, z sıfırdan farklı birer pozitif tam sayı ve

$x \mid y$; 3 ; kalan 4 $\quad$ $y \mid z$; 2 ; kalan 1

olduğuna göre x in z cinsinden değeri nedir?

$x = 3y+4 \qquad y = 2z+1$

$x = 3.(2z+1)+4$

$x = 6z+7$

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

12) İki doğal sayının toplamı 324 tür. Büyük olan sayı küçük sayıya bölündüğünde bölüm 5, kalan 24 oluyor. Buna göre küçük sayı kaçtır?

Büyük sayı : a
Küçük sayı : b

$a+b=324$

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \hline - & 5 \\ \hline 24 & \end{array} \Rightarrow a=5b+24$$

$$\begin{array}{r} a-5b=24 \\ a+b=324 \\ \hline \end{array}$$

$\Rightarrow b=50$

13) A, B, C birer pozitif tam sayıdır.

$$\begin{array}{r|l} A & 7 \\ \hline - & B \\ \hline 5 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} B & 3 \\ \hline - & C \\ \hline 2 & \end{array}$$

Verilen bölme işlemine göre A nın 21 ile bölümünden kalan nedir?

$A=7B+5 \qquad B=3C+2$

$A=7.(3C+2)+5$

$A=21C+19$

$$\begin{array}{r|l} A & 21 \\ \hline - & C \\ \hline 19 & \end{array} \Rightarrow \text{kalan}$$

14) A, B, C birer pozitif tam sayıdır.

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline - & 2 \\ \hline 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} B & C \\ \hline - & 1 \\ \hline 4 & \end{array}$$

İse $\dfrac{A+B+C-15}{C}$ nedir?

$B=C+4$ ve $A=2B+3=2.(C+4)+3=2C+11$

$$\frac{2C+11+C+4+C-15}{C}=\frac{4C}{C}=4$$

www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

BÖLÜNEBİLME KURALLARI:

2 ile bölünebilme: Son basamak {0, 2, 4, 6, 8} olmalıdır.

- 23X sayısı 2 ile tam bölünüyorsa x in alacağı değerler: {0, 2, 4, 6, 8}
- 23X sayısı 2 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyorsa x in alacağı değerler: {1, 3, 5, 7, 9}

3 ile bölünebilme: Rakamları toplamı 3 ve 3 ün katı olanlar 3 e tam olarak bölünür.

- 324 sayısının rakamları toplamı 9 olduğundan 3 tam bölünür.
- 1235 sayısının rakamları toplamı 11 olduğundan tam bölünmez 3 e bölündüğünde 2 kalanını verir.

1) 4A31 dört basamaklı sayısı 3 ile tam bölündüğüne göre A nın alacağı değerler toplamı nedir?

4A31 ⇒ 8+A

↓

1, 4, 7 } 12

2) 3X48 dört basamaklı sayısı 3 ile tam bölünebilmektedir. Buna göre X kaç farklı değer alır?

3X48 ⇒ 15+X

↓

0, 3, 6, 9 } 4 tane

3) 3X76 dört basamaklı sayısı 3 ile bölündüğünde 1 kalanını verdiğine göre x in alacağı kaç farklı değer vardır?

3X76 ⇒ 16+X

↓

~~2~~ → 3, ~~5~~ → 6, ~~8~~ → 9 } 4 tane

4 ile bölünebilme: Son 2 basamak 00 ya da 4 ün katı olmalıdır.

4) 24X5y sayısı 4 ve 3 ile tam bölünmektedir. Buna göre x in alacağı değerler toplamı nedir?

24X5y

↓

2, 6

24X52 ⇒ 13+X

↓

2, 5, 8 } 15

24X56 ⇒ 17+X

↓

1, 4, 7 } 12

15+12 = 27

5) 2467y beş basamaklı sayısı 4 ile bölündüğünde 3 kalanını verdiğine göre y nin alacağı değerler toplamı nedir?

2467y

↓ 1

~~2~~ ~~5~~

~~6~~ ~~9~~ } 15

5 ile bölünebilme: Son basamak 0 ya da 5 olmalıdır.

6) 4X3y sayısı 5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren çift bir sayıdır. Bu sayı 3 ile de tam bölünebildiğine göre x kaç farklı değer alır?

4X3y

↳ ~~0~~ ~~2~~

~~5~~ ~~✱~~

4X32 ⇒ 9+X

↓

0, 3, 6, 9 } 4 tane

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

7) Rakamları farklı beş basamaklı $23x7y$ sayısı 5 ile bölündüğünde 3 ve 3 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyorsa x'in alacağı değerler toplamı nedir?

$23x7y$

y: 0 ~~5~~ → rakamları farklı olmalı

x: ~~1~~ 4 ~~7~~ → ~~2~~ 5 ~~8~~

$23x78 \Rightarrow 20+x$ → 5

8) $A = 98477$

$B = 13986$ olduğuna göre $A^4 \cdot B^{20}$ sayısının 5 ile bölümünden kalan nedir?

NOT:) Bölme işleminde kalanlarla işlem yapılabilir.

A nın 5 ile böl. kalan : 2

B nin 5 ile böl. kalan : 1

$A^4 \cdot B^{20} = 2^4 \cdot 1^{20} = 16 \Rightarrow$ 16 nın 5 ile bölümünden kalan 1 dir.

6 ile bölünebilme: 2 ve 3 e bölünen sayılar 6 ile de bölünür.

9) $24x6y$ sayısı 6 ile bölünen rakamları farklı beş basamaklı bir sayıdır. Buna göre x kaç farklı değer alır?

$24x6y \hookrightarrow 0, 2, 4, 6, 8$

$24x60 \Rightarrow 12+x$ → ~~0~~ 3 ~~6~~ ~~9~~ → 2

$24x68 \Rightarrow 20+x$ → 1 ~~4~~ ~~7~~ → 2

4 tanedir.

7 ile bölünebilme: Sağdan sola doğru 3er 3er gruplama yapılır.

$ab\,cde\,fgh$

$31\,231\,231$

$+ \quad - \quad +$

$3a+b-[2c+3d+e]+[2f+3g+h] = 7k$, kez

şartını sağlayan bütün sayılar 7 ile tam bölünür.

32514

$31\,231$

$- \quad +$

$-9-2+10+3+4 = -11+17 = 6$ olduğundan 7 ile bölündüğünde 6 kalanını verir.

10) Altı basamaklı $21x13y$ sayısının 7 ile tam bölünebilmesi için $y-x$ nin alacağı kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

$21x13y$

$231\,231$

$- \quad +$

$-4-3-x+2+9+y = 7k$

$4+(y-x) = 7k$

$y-x$: 3 1 → 1 tanedir.

~~10~~ ~~2~~

8 ile bölünebilme: Son üç basamak 000 ya da 8 in katı olmalıdır.

11) $432x7$ beş basamaklı sayısı 8 ile bölündüğünde kalan 3 ise x in alacağı değerler toplamı nedir?

$2x7 = 8k+3$

$2x4 = 8k$

$200+x4 = 8k$

8 in katı

2 6 } (8)

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

www.ozelogrenci.com

9 ile bölünebilme: Rakamları toplamı 9 ya da 9 un katı olmalıdır.

12) Üç basamaklı 322 sayısının yan yana yazılmasıyla elde edilen 27 basamaklı 322322.... 322 sayısının 9 ile bölümünden kaçtır?

$\underbrace{322}_{7}\ \underbrace{322}_{7}\ \ldots\ \underbrace{322}_{7}$

$9.7=63 \Rightarrow$ 9 ile böl. kalan 0

13) 4x3y dört basamaklı sayısı 4 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyor. Bu sayı 9 ilede tam bölündüğüne göre x in alacağı değerler toplamı nedir?

4x3y

~~2~~ → 3

~~6~~ → 7

4x33 ⇒ 10+x (8) 4x37 ⇒ 14+x (4)

4+8=12

10 ile bölünebilme: Son basamağı 0 olan sayılar 10 ile tam bölünebilir.

14) 4x54y sayısı 10 ile bölündüğünde 3 kalanını, 9 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyor. Buna göre x in alacağı kaç farklı değer vardır?

4x54y

↳ ~~0~~ → 3

4x543 ⇒ 16+x

~~2~~ → 3

11 ile bölünebilme: Soğdan sola doğru tek tek +, −, +, −, ... ile çarpılarak toplanır.

abcde = a−b+c−d+e = 11k, k∈Z

↓↓↓↓↓

+ − + − +

15) Beş basamaklı x4y3c doğal sayısı 5 ve 11 ile tam bölünmektedir. Buna göre x+y nin alacağı en büyük ve en küçük değeri nedir?

x4y3c

↓

0

5

x4y30 (+−+−+) ⇒ x−4+y−3+0 = 11k

x+y−7 = 11k

x+y = 11k+7

k=0 için x+y=7

k=1 için x+y=18 (en fazla)

x4y35 (+−+−+) ⇒ x−4+y−3+5 = 11k

x+y = 11k+2

k=0 için x+y=2 (en az)

k=1 için x+y=13

16) A = 14325

B = 73142 olarak veriliyor.

Buna göre $A^2.B^2$ sayısının 11 ile bölümünden kalan nedir?

:) Bölme işleminde kalanlarla işlem yapılabilir.

A = 14325 (+−+−+) ⇒ 9−6 = 3

B = 73142 (+−+−+) ⇒ 10−7 = 3

$3^2.3^2 = 9.9 = 81$ ise 81 in 11 ile bölümünden kalan 4 tür.

www.ozelogrenci.com

25 ile bölünebilme: Son iki basamak 25 in katı olmalıdır.

NOT :) m ve n aralarında asal sayılar olmak üzere m.n ile tam bölünen sayılar m ve n ile de tam bölünür.

12 ile bölünebilme : 3 ve 4
15 ile bölünebilme : 3 ve 5
30 ile bölünebilme : 3 ve 10
33 ile bölünebilme : 3 ve 11
36 ile bölünebilme : 4 ve 9
45 ile bölünebilme : 5 ve 9
90 ile bölünebilme : 9 ve 10

17) Beş basamaklı 71m3N sayısı 12 ile tam bölündüğüne göre m+N en fazla kaçtır?

12
- 4 ile bölünme (öncelik 4 e) aittir
- 3 ile bölünme

71m3N
↓
2
6

71m32 ⇒ 13+m
↓
2
5
8

71m36 ⇒ 17+m
↓
1
4
7

6+7 = 13

18) Altı basamaklı 42a17b sayısı 15 ile tam bölünebildiğine göre o kaç farklı değer alır?

15 → 3 ve 5

42a17b → 0 yada 5

42a170 ⇒ 14+a
↓
1
4
7

42a175 ⇒ 19+a
↓
2
5
8

6 tanedir.

19) Dört basamaklı 4x3y sayısının 15 ile bölümünden kalan 12 ise x in alacağı değerler toplamı nedir?

15
- 3 ile bölündüğünde 12 kalanını vermez, kalan 0 dır.
- 5 ile bölündüğünde 12 kalanını vermez, kalan 2 dir.

4x3y
↓
~~0~~ 2
~~5~~ 7

4x32 ⇒ 9+x
↓
0
3
6
9
} 18

4x37 ⇒ 14+x
↓
1
4
7
} 12

18+12 = 30

20) 45x5y sayısının 36 ile bölümünden kalan 25 olduğuna göre x in alabileceği değerler toplamı nedir?

36
- 4 ile bölümünden kalan 1 dir.
- 9 ile bölümünden kalan 7 dir.

45x5y
↓
~~2~~ → 3
~~6~~ → 7

45x53 ⇒ 17+x ⇒ 8+x
↓
x ⇒ 8

45x57 ⇒ 21+x ⇒ 3+x
↓
4

4+8 = 12

www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...

21) 40 ile 168 arasındaki tam sayılardan kaç tanesi

a) 3 ile tam bölünür?

42, 45, 48, ..., 165

Terim sayısı $= \frac{165-42}{3}+1 = \frac{123}{3}+1$

$= 41+1 = 42$

b) 5 ile tam bölünür?

45, 50, 55, ..., 165

Terim sayısı : $\frac{165-45}{5}+1 = \frac{120}{5}+1$

$= 24+1 = 25$

c) 3 ve 5 ile bölünür?

3 ve 5 e bölünüyorsa 15 ile de tam bölünür.

45, 60, 75, ..., 165

Terim sayısı $= \frac{165-45}{15}+1 = \frac{120}{15}+1$

$= 8+1 = 9$

d) 3 ile bölünür ama 5 ile bölünemez?

3 ile bölünenler $-$ { 15 ile bölünenler }

$42-9 = 33$

e) 3 veya 5 ile tam bölünür?

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$s(3 \cup 5) = s(3) + s(5) - s(15)$

$= 42 + 25 - 9$

$= 67 - 9$

$= 58$

www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Başarıya açılan pencereniz...